

УДК. 621.391

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА НА ОСНОВЕ МИНИМАКСНОГО ПОДХОДА ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В.М. Понятский

Конструкторское бюро приборостроения
 Россия, 300001, Тула, ул. Щегловская засека, 1
Тульский государственный университет
 Россия, 300600, Тула, просп. Ленина, 92
 E-mail: kbkdr@tula.net, pwmru@rambler.ru

Ключевые слова: динамический объект, фильтрация, сигнал, помеха, оценка.

В работе рассмотрен методический подход к проектированию интервального фильтра Калмана как в непрерывном, так и дискретном виде. Проведено проектирование интервального фильтра Калмана и сравнение его с традиционным фильтром Калмана. Анализ полученных результатов показал, что минимаксный фильтр Калмана позволяет повысить точность отработки полезного сигнала при сохранении фильтрующих свойств традиционного фильтра Калмана.

USING THE KALMAN FILTERING BASED ON THE MIN-MAX APPROACH UNDER PROCESSING MEASUREMENT RESULTS

V.M. Ponyatsky

Design Bureau of Instrument Engineering
 Russia, 300001, Tula, Shecheglovskaya zaseka street, 1
Tula State University
 Russia, 300600, Tula, Lenina prospect, 92
 E-mail: kbkdr@tula.net, pwmru@rambler.ru

Key words: dynamic plant, filtering, signal, disturbance, estimate.

The paper considers a methodological approach to design of the interval Kalman filter both in the continuous and discrete form. Design of the interval Kalman filter and its comparing with the conventional Kalman filtering is implemented. An analysis of results obtained has shown that the min-max Kalman filter enables one to increase the accuracy of processing of the useful signal under preserving the filtering properties of the conventional Kalman filter.

1. Введение

Рассмотрим вопросы обработки результатов измерений в задачах управления динамическим объектом (см. рис. 1).

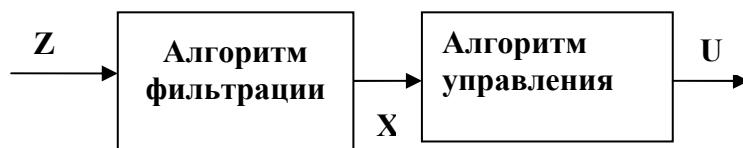


Рис. 1. Исходная схема.

Линейный объект с линейным наблюдателем может быть описан следующей системой дифференциальных уравнений:

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] + G[\mathbf{x}(t), t]\mathbf{w}; \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{u}(t)$ – вектор управления; $\mathbf{z}(t)$ – вектор наблюдения; $\mathbf{x}(t)$ – вектор состояния; \mathbf{w} – вектор формирующих шумов интенсивностью $V_w(t)$; \mathbf{v} – вектор шумов измерения интенсивностью $V_v(t)$; $f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]$ – функция состояния; $G[\mathbf{x}(t), t]$ – матрица коэффициентов; $\mathbf{H}(t)$ – матрица наблюдения.

$$(2) \quad \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \varphi(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) + \Gamma(\mathbf{x}(k), k)\mathbf{w}(k); \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \end{aligned}$$

где $\mathbf{x}(k) \in R^n$ – вектор состояния; $\mathbf{u}(k) \in R^p$ – вектор управления; $\mathbf{z}(k) \in R^m$ – вектор наблюдений; $\varphi[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] \in R^{n \times n}$ – функция состояния; $\Gamma[\mathbf{x}(k), k] \in R^{n \times p}$ – матрица управления; $\mathbf{w}(k) \in R^n$ – вектор формирующих шумов интенсивностью $V_w(k)$; $\mathbf{v}(k) \in R^m$ – вектор случайных помех интенсивностью $V_v(k)$; $\mathbf{H}(k) \in R^{m \times n}$ – матрица наблюдения.

2. Проектирование зонного фильтра Калмана с использованием минимаксного подхода

Традиционно расчет непрерывного сглаживающего фильтра Калмана осуществляется по следующему алгоритму [1, 2]:

$$(3) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt}x_o(t) &= \Phi(t)x_o(t) + \Gamma(t)u(t) + K(t)\{y(t) - y_o(t)\}; \\ y_o(t) &= H(t)x_o(t); \\ \frac{d}{dt}P(t) &= \Phi(t)P(t) + P(t)\Phi^T(t) - P(t)H(t)^T R^{-1}(t)H(t)P(t) + V_w(t). \end{aligned}$$

где $x_o(t)$ – вектор оценок состояния объекта управления; $\Phi(t)$ – матрица состояния; $P(t)$ – корреляционная матрица ошибок фильтрации; $K(t)$ – матрица коэффициентов, $K(t) = P(t)C^T(t)Vv^{-1}(t)$; $\Gamma(t)$ – матрица коэффициентов управления.

В работах [3-7] рассматриваются вопросы минимаксной или интервальной обработки сигналов.

Используем указанный подход для проектирования фильтра Калмана.

Допустим, что по результатам измерений можно сделать заключение, что $y_o(t)$ содержится в некотором информационном пространстве W_t . Исследование обычно проводится в предположении, что область является ограниченной, замкнутой и выпуклой в пространстве $\{y_o(t)\}$.

Пусть в момент времени t построена информационная область W_t , совместимая с сигналами измерений y_t .

Тогда для построения информационной области $W_{t+\Delta t}$ построим область достижения для фильтра Калмана (1) к моменту времени $t + \Delta t$ $G_{t+\Delta t}(W_t)$ из области W_t .

Кроме того, для момента времени $t + \Delta t$ построим информационную область $W_{y_{t+\Delta t}}$, совместимую с измеренным сигналом $y(t + \Delta t)$. Область $W_{y_{t+\Delta t}}$ учитывает возможный диапазон ошибок измерения.

Информационная область $W_{t+\Delta t}$ определяется как пересечение областей $G_{t+\Delta t}(W_t)$ и $W_{y_{t+\Delta t}}$ (см. рис. 2а). В общем случае построение областей достижимости и информационных областей возможно только на основе их аппроксимации. Для аппроксимации информационных областей, а также областей достижимости, используется несколько подходов [5, 6].

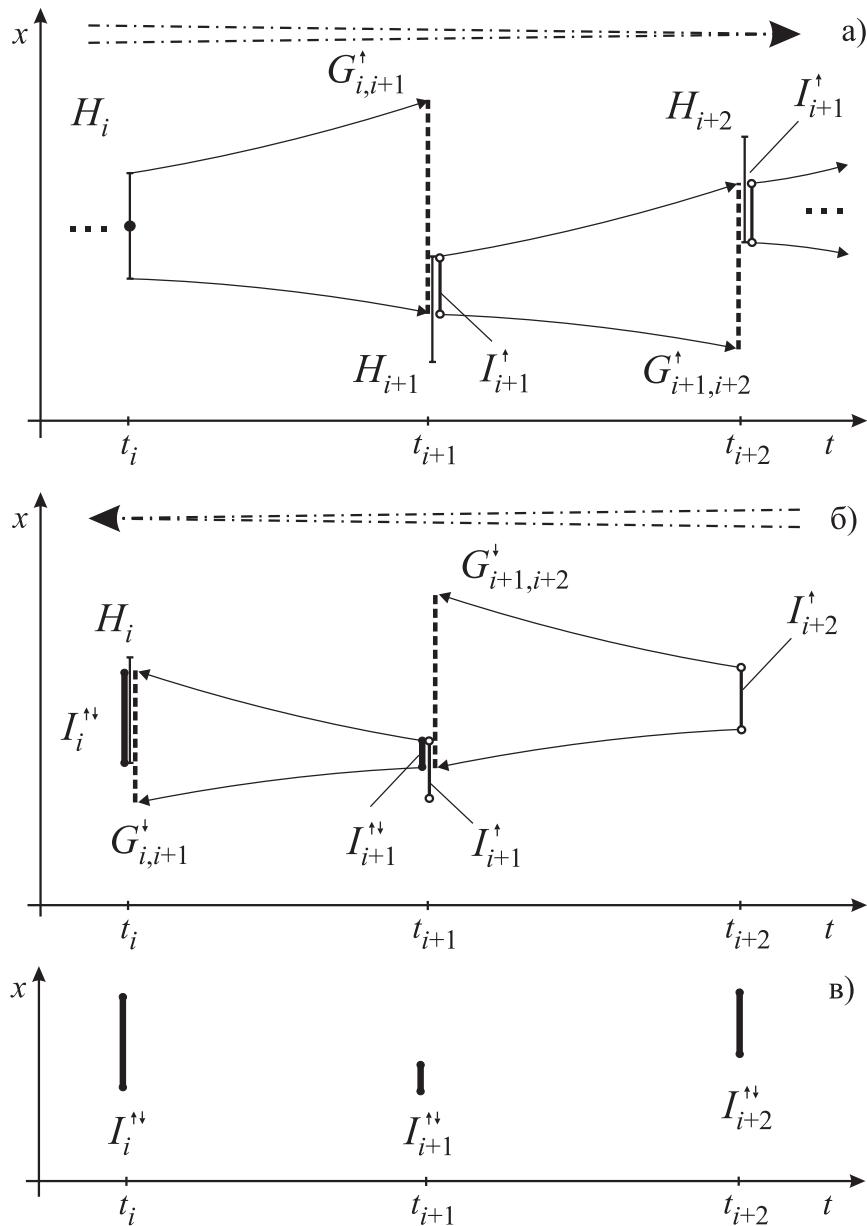


Рис. 2. Формирование информационного поля.

Алгоритм фильтрации Калмана при минимаксном подходе будет иметь следующий вид [8]:

$$(4) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt}x_o(t) &= \Phi(t)x_o(t) + \Gamma(t)u(t) + K(t)\{y(t) - y_M(t)\}; \\ y_o(t) &= H(t)x_o(t); \\ \frac{d}{dt}P(t) &= \Phi(t)P(t) + P(t)\Phi^T(t) - P(t)H(t)^T R^{-1}(t)H(t)P(t) + Vw(t). \end{aligned}$$

где $y_M(t + \Delta t) \in W_t$; $W_t : G_t(W_{t-\Delta t}) \cap Wy_t$.

Алгоритм фильтрации Калмана для обратного времени при минимаксном подходе может быть получен путем замены времени $t = T - \tau$ в уравнениях (3) и будет иметь следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau}x_o(\tau) &= -\Phi(\tau)x_o(\tau) - \Gamma(\tau)u(\tau) - K(\tau)\{y(\tau) - y_M(\tau)\}; \\ y_o(\tau) &= H(\tau)x_o(\tau); \\ \frac{d}{d\tau}P(\tau) &= -\Phi(\tau)P(\tau) - P(\tau)\Phi^T(\tau) + P(\tau)H(\tau)^T R^{-1}(\tau)H(\tau)P(\tau) - Vw(t). \end{aligned}$$

где $y_M(\tau + \Delta\tau) \in W_\tau$; $W_\tau : G_\tau(W_{\tau-\Delta\tau}) \cap Wy_\tau$.

Информационная область $W_{\tau+\Delta\tau}$ определяется как пересечение областей $G_{\tau+\Delta\tau}(W_\tau)$ и $Wy_{\tau+\Delta\tau}$ (см. рис. 2б).

Пересечение областей $W_{t+\Delta t}$ и $W_{\tau+\Delta\tau}$ позволяет уточнить результаты фильтрации (см. рис. 2в).

Традиционно расчет дискретного фильтра Калмана осуществляется по следующему алгоритму:

$$(5) \quad \begin{aligned} x_{i/i-1}^o &= \Phi_i x_{i-1}^o; \\ x_i^o &= x_{i/i-1}^o + K_i(y_i - y_i^o); \\ y_i^o &= H_i x_{i/i-1}^o; \\ P_{i/i-1} &= \Phi_i P_{i-1} \Phi_i^T + G_i Q_i G_i^T; \\ K_i &= P_{i/i-1} H_i^T (H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i)^{-1}; \\ P_i &= P_{i/i-1} - P_{i/i-1} H_i^T (H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i)^{-1} H_i P_{i/i-1}, \end{aligned}$$

где y_i^o – вектор оценок наблюдений; x_i^o – оценка вектора состояния объекта управления; $x_{i/i-1}^o$ – оценка вектора прогнозирования состояния объекта управления; K_i – матрица коэффициентов; $P_{i/i-1}$ – дисперсионная матрица вектора состояния объекта; P_i – дисперсионная матрица оценки вектора состояния объекта.

Постановка задачи проектирования для дискретного фильтра Калмана может быть сформулирована аналогично, как и для ранее рассмотренного случая непрерывного фильтра.

Тогда алгоритм дискретного фильтрации Калмана при минимаксном подходе будет иметь следующий вид [9]:

$$\begin{aligned} x_{i/i-1}^o &= \Phi_i x_{i-1}^o; \\ x_i^o &= x_{i/i-1}^o + K_i(y_i - y_i^M); \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{aligned} y_i^o &= H_i x_{i|i-1}^o; \\ P_{i|i-1} &= \Phi_i P_{i-1} \Phi_i^T + G_i Q_i G_i^T; \\ K_i &= P_{i|i-1} H_i^T (H_i P_{i|i-1} H_i^T + R_i)^{-1}; \\ P_i &= P_{i|i-1} - P_{i|i-1} H_i^T (H_i P_{i|i-1} H_i^T + R_i)^{-1} H_i P_{i|i-1}, \end{aligned}$$

где $y_i^M \in W_i$; $W_i : G_i(W_{i-1}) \cap Wy_i$.

Обратное время

$$\begin{aligned} x_{i|i-1}^o &= \Phi_i x_{i-1}^o; \\ x_i^o &= x_{i|i-1}^o + K_i (y_i - y_i^M); \\ y_i^o &= H_i x_{i|i-1}^o; \\ P_{i|i-1} &= \Phi_i P_{i-1} \Phi_i^T + G_i Q_i G_i^T; \\ K_i &= P_{i|i-1} H_i^T (H_i P_{i|i-1} H_i^T + R_i)^{-1}; \\ P_i &= P_{i|i-1} - P_{i|i-1} H_i^T (H_i P_{i|i-1} H_i^T + R_i)^{-1} H_i P_{i|i-1}, \end{aligned}$$

где $y_i^M \in W_i$; $W_i : G_i(W_{i-1}) \cap Wy_i$.

3. Синтез алгоритмов фильтрация Калмана на основе минимаксного подхода

3.1. Одномерная модель динамического процесса

Для одномерной модели динамического процесса проведено проектирование традиционного фильтра Калмана (3):

$$(7) \quad \begin{aligned} \frac{dx_{1o}(t)}{dt} &= k_1(y(t) - y_o(t)); \\ y_o(t) &= x_{1o}(t) \end{aligned}$$

и минимаксного фильтр Калмана (4):

$$(8) \quad \begin{aligned} \frac{dx_{1o}(t)}{dt} &= k_1(y(t) - y_M(t)); \\ y_o(t) &= x_{1o}(t), \end{aligned}$$

где $Wy_t : y(t) \pm 3\sigma_y$; $G_t(W_{t-\Delta t}) : x_{1o}(t-\Delta t) \pm 3\sqrt{p_{11}(t)}$; $y_M(t) = \frac{w_t^{\max} + w_t^{\min}}{2}$;

$$w_t^{\min} = \begin{cases} y(t) - 3\sigma_y, & y(t) - 3\sigma_y > x_{1o}(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x_{1o}(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) - 3\sigma_y < x_{1o}(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \end{cases}$$

$$w_t^{\max} = \begin{cases} y(t) + 3\sigma_y, & y(t) + 3\sigma_y < x_{1o}(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x_{1o}(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) + 3\sigma_y > x_{1o}(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}. \end{cases}$$

Для одномерной модели динамического процесса проведено проектирование дискретного фильтра Калмана (5):

$$\begin{aligned} x_{1i|i-1}^o &= x_{1i-1}^o; \\ x_{1i}^o &= x_{1i|i-1}^o + k_{1i}(y_i - y_i^o); \end{aligned}$$

$$y_i^o = x1_{i/i-1}^o$$

и минимаксного фильтр Калмана (6):

$$x1_{i/i-1}^o = x1_{i-1}^o;$$

$$x1_i^o = x1_{i/i-1}^o + k1_i(y_i - y_i^M),$$

где $W_{y_i}: y_i \pm 3\sigma_y; G_i(W_{i-1}): x1_{i-1}^o \pm 3\sqrt{p_{11i}}; y_i^M = \frac{w_i^{\max} + w_i^{\min}}{2};$

$$w_i^{\min} = \begin{cases} y_i - 3\sigma_y, & y_i - 3\sigma_y > x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i - 3\sigma_y < x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \end{cases}$$

$$w_i^{\max} = \begin{cases} y_i + 3\sigma_y, & y_i + 3\sigma_y < x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i + 3\sigma_y > x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}. \end{cases}$$

3.2. Двумерная модель динамического процесса

Для двумерной модели динамического процесса проведено проектирование традиционного фильтра Калмана (3):

$$\frac{dx1_o(t)}{dt} = x2_o(t) + k1(y(t) - y_o(t));$$

$$\frac{dx2_o(t)}{dt} = k2(y(t) - y_o(t));$$

$$y_o(t) = x1_o(t)$$

и минимаксного фильтр Калмана (4):

$$\frac{dx1_o(t)}{dt} = x2_o(t) + k1(y(t) - y_M(t));$$

$$\frac{dx2_o(t)}{dt} = k2(y(t) - y_M(t));$$

$$y_o(t) = x1_o(t),$$

где $W_{y_t}: y(t) \pm 3\sigma_y; G_t(W_{t-\Delta t}): x1_o(t - \Delta t) \pm 3\sqrt{p_{11}(t)}; y_M(t) = \frac{w_t^{\max} + w_t^{\min}}{2};$

$$w_t^{\min} = \begin{cases} y(t) - 3\sigma_y, & y(t) - 3\sigma_y > x1_o(t - \Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x1_o(t - \Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) - 3\sigma_y < x1_o(t - \Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \end{cases}$$

$$w_t^{\max} = \begin{cases} y(t) + 3\sigma_y, & y(t) + 3\sigma_y < x1_o(t - \Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x1_o(t - \Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) + 3\sigma_y > x1_o(t - \Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}. \end{cases}$$

Для двумерной модели динамического процесса проведено проектирование дискретного фильтра Калмана (5):

$$x1_{i/i-1}^o = x1_{i-1}^o + T_d x2_{i-1}^o;$$

$$x2_{i/i-1}^o = x2_{i-1}^o;$$

$$x1_i^o = x1_{i/i-1}^o + k1_i(y_i - y_i^o);$$

$$x2_i^o = x2_{i/i-1}^o + k2_i(y_i - y_i^o);$$

$$y_i^o = x1_{i/i-1}^o$$

и минимаксного фильтр Калмана (6):

$$\begin{aligned}x1_{i/i-1}^o &= x1_{i-1}^o + T_d x2_{i-1}^o; \\x2_{i/i-1}^o &= x2_{i-1}^o; \\x1_i^o &= x1_{i/i-1}^o + k1_i(y_i - y_i^M); \\x2_i^o &= x2_{i/i-1}^o + k2_i(y_i - y_i^M),\end{aligned}$$

где $Wy_i: y_i \pm 3\sigma_y; G_i(W_{i-1}): x1_{i-1}^o \pm 3\sqrt{p_{11i}}; y_i^M = \frac{w_i^{\max} + w_i^{\min}}{2};$

$$\begin{aligned}w_i^{\min} &= \begin{cases} y_i - 3\sigma_y, & y_i - 3\sigma_y > x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i - 3\sigma_y < x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \end{cases} \\w_i^{\max} &= \begin{cases} y_i + 3\sigma_y, & y_i + 3\sigma_y < x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i + 3\sigma_y > x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}. \end{cases}\end{aligned}$$

3.3. Трехмерная модель динамического процесса

Для трехмерной модели динамического процесса проведено проектирование традиционного фильтра Калмана (3):

$$\begin{aligned}\frac{dx1_o(t)}{dt} &= x2_o(t) + k1(y(t) - y_o(t)); \\ \frac{dx2_o(t)}{dt} &= x3_o(t) + k2(y(t) - y_o(t)); \\ \frac{dx3_o(t)}{dt} &= k3(y(t) - y_o(t)); \\ y_o(t) &= x1_o(t)\end{aligned}$$

и минимаксного фильтр Калмана (4):

$$\begin{aligned}\frac{dx1_o(t)}{dt} &= x2_o(t) + k1(y(t) - y_M(t)); \\ \frac{dx2_o(t)}{dt} &= x3_o(t) + k2(y(t) - y_M(t)); \\ \frac{dx3_o(t)}{dt} &= k3(y(t) - y_M(t)); \\ y_o(t) &= x1_o(t),\end{aligned}$$

где $Wy_t: y(t) \pm 3\sigma_y; G_t(W_{t-\Delta t}): x1_o(t-\Delta t) \pm 3\sqrt{p_{11}(t)}; y_M(t) = \frac{w_t^{\max} + w_t^{\min}}{2};$

$$\begin{aligned}w_t^{\min} &= \begin{cases} y(t) - 3\sigma_y, & y(t) - 3\sigma_y > x1_o(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x1_o(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) - 3\sigma_y < x1_o(t-\Delta t) - 3\sqrt{p_{11}(t)}; \end{cases} \\w_t^{\max} &= \begin{cases} y(t) + 3\sigma_y, & y(t) + 3\sigma_y < x1_o(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}; \\ x1_o(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}, & y(t) + 3\sigma_y > x1_o(t-\Delta t) + 3\sqrt{p_{11}(t)}. \end{cases}\end{aligned}$$

Для трехмерной модели динамического процесса проведено проектирование дискретного фильтра Калмана (5):

$$\begin{aligned}x1_{i/i-1}^o &= x1_{i-1}^o + x2_{i-1}^o T_d + x3_{i-1}^o T_d^2 / 2; \\ x2_{i/i-1}^o &= x2_{i-1}^o + x2_{i-1}^o + x2_{i-1}^o;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x3_{i|i-1}^o &= x3_{i-1}^o; \\
 x1_i^o &= x1_{i|i-1}^o + k1_i(y_i - y_i^o); \\
 x2_i^o &= x2_{i|i-1}^o + k2_i(y_i - y_i^o); \\
 x3_i^o &= x3_{i|i-1}^o + k3_i(y_i - y_i^o); \\
 y_i^o &= x1_{i|i-1}^o
 \end{aligned}$$

и минимаксного фильтр Калмана (6):

$$\begin{aligned}
 x1_{i|i-1}^o &= x1_{i-1}^o + x2_{i-1}^o T_d + x3_{i-1}^o T_d^2 / 2; \\
 x2_{i|i-1}^o &= x2_{i-1}^o + x3_{i-1}^o T_d; \\
 x3_{i|i-1}^o &= x3_{i-1}^o; \\
 x1_i^o &= x1_{i|i-1}^o + k1_i(y_i - y_i^M), \\
 x2_i^o &= x2_{i|i-1}^o + k2_i(y_i - y_i^M), \\
 x3_i^o &= x3_{i|i-1}^o + k3_i(y_i - y_i^M),
 \end{aligned}$$

где $W y_i: y_i \pm 3\sigma_y; G_i(W_{i-1}): x1_{i-1}^o \pm 3\sqrt{p_{11i}}; y_i^M = \frac{w_i^{\max} + w_i^{\min}}{2}$;

$$w_i^{\min} = \begin{cases} y_i - 3\sigma_y, & y_i - 3\sigma_y > x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i - 3\sigma_y < x1_{i-1}^o - 3\sqrt{p_{11i}}; \end{cases}$$

$$w_i^{\max} = \begin{cases} y_i + 3\sigma_y, & y_i + 3\sigma_y < x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}; \\ x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}, & y_i + 3\sigma_y > x1_{i-1}^o + 3\sqrt{p_{11i}}. \end{cases}$$

Рассмотренные алгоритмы реализованы в программном комплексе «Идентификация» [10]. Пользовательский интерфейс плагина «Интервальный фильтр Калмана» приведен на рис. 3.

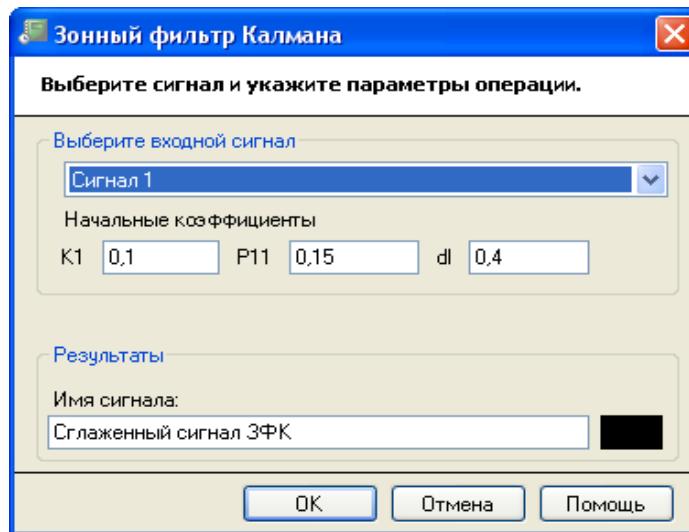
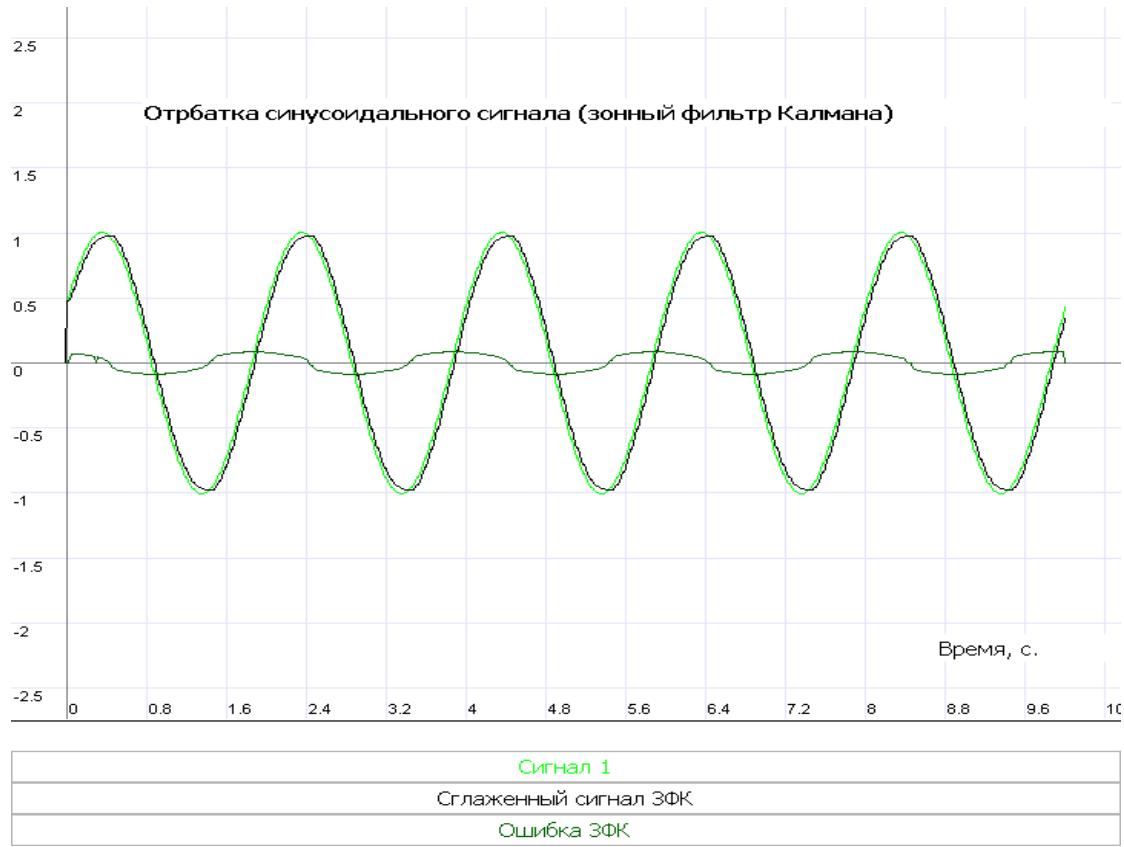


Рис. 3. Пользовательский интерфейс плагина «Зонный фильтр Калмана».

4. Результаты

Исходные данные для настройки традиционного и интервального сглаживающего фильтра Калмана в прямом времени: $k_1 = 0,1 \text{ } 1/c$; $p_{11} = 0,15 \text{ } 1/c^2$; $\sigma_y = 0,4$ (см. рис. 3). Результаты моделирования спроектированных фильтров (7), (8) приведены на рис. 4-6.



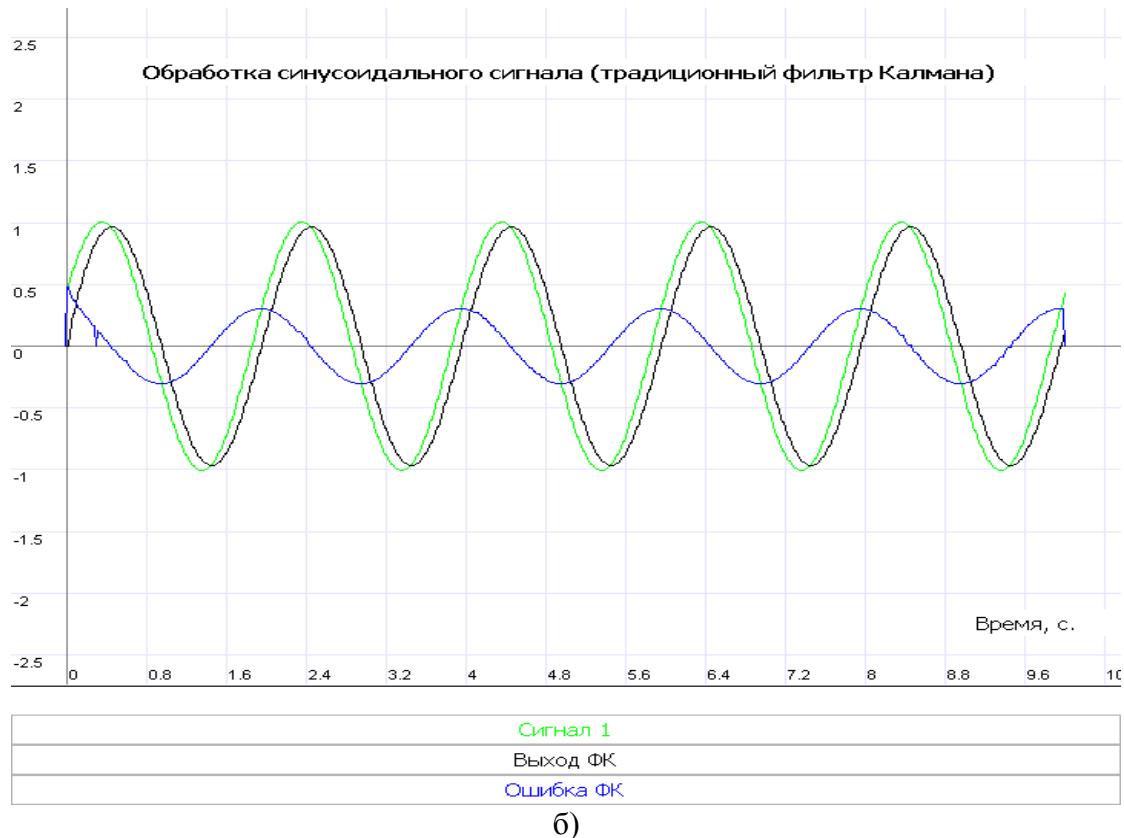
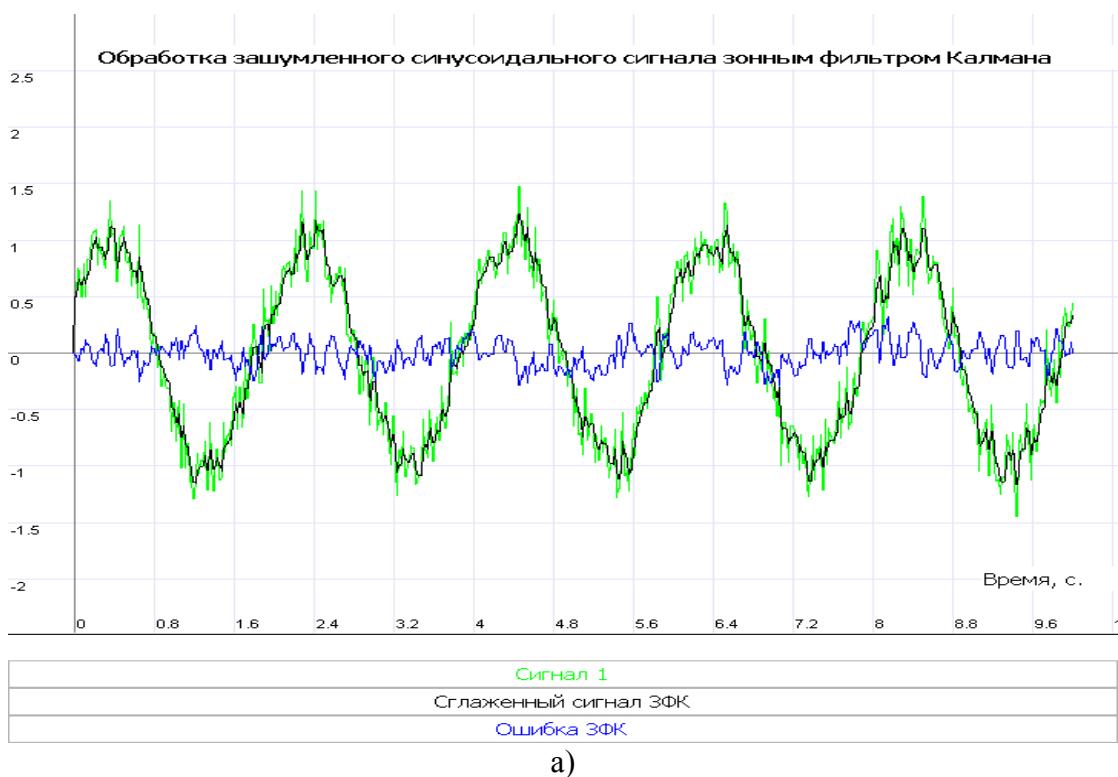
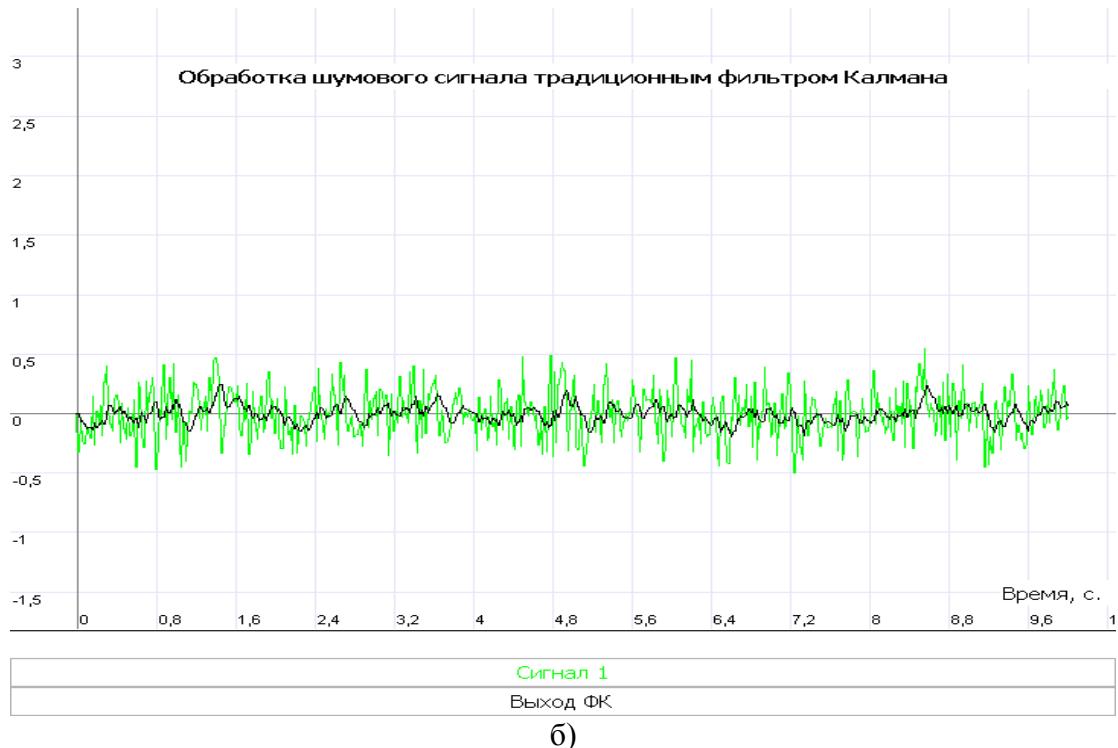


Рис. 4. Обработка синусоидального сигнала: а) минимаксным фильтром Калмана(8); б) традиционным фильтром Калмана (7).





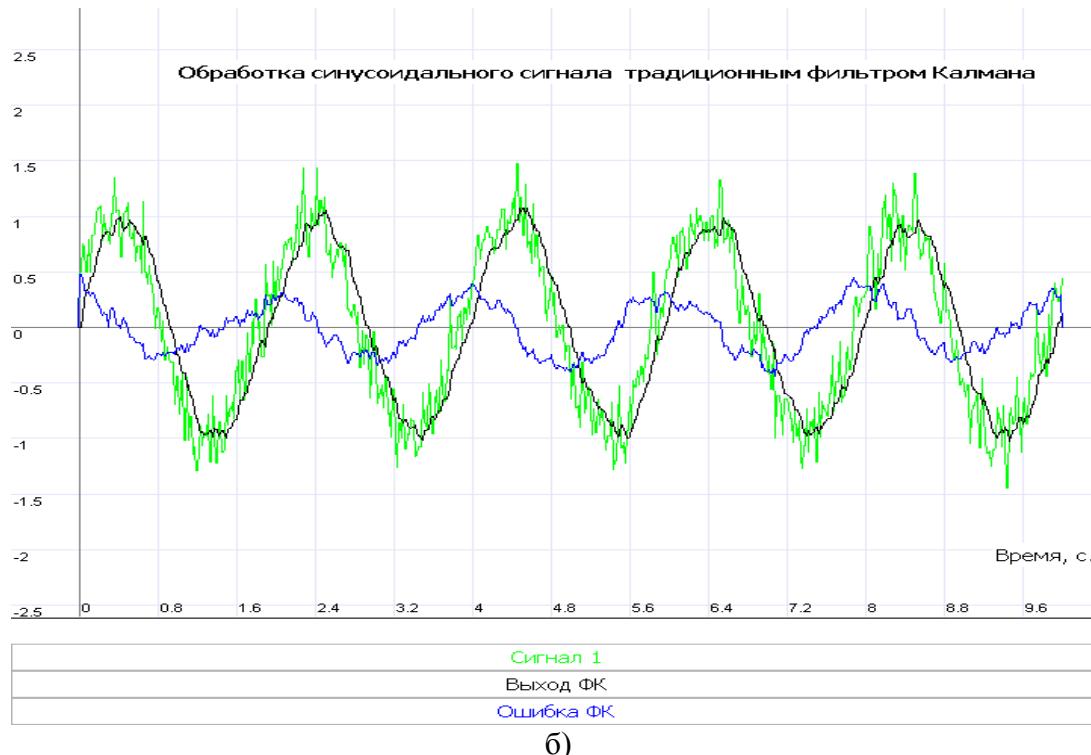


Рис. 6. Обработка синусоидального сигнала с наложенным шумом: а) минимаксным фильтром Калмана (8); б) традиционным фильтром Калмана (7).

Анализ полученных результатов показал, что минимаксный фильтр Калмана позволяет повысить точность отработки полезного сигнала (рис. 4) при сохранении фильтрующих свойств традиционного фильтра Калмана (рис. 5, 6).

Список литературы

1. Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
2. Понятский В.М. Исследование способов реализации адаптивной системы управления с фильтром Калмана // Стохастическая оптимизация в информатике. Межвузовский сборник / Под ред. О.Н. Граничина. СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2008. Вып. 4. С. 186-200.
3. Фомин В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. М.: Наука, 1984. 288 с.
4. Панков А.Р. Минимаксная идентификация обобщенной неопределенно-стохастической линейной модели // АиТ. 1998. № 11. С. 158-171.
5. Кумков С.И. Разработка совместного Российского-ISO стандарта (методики) обработки измерительной информации в условиях неопределенности ошибок измерений и малого числа наблюдений (на основе методов интервального анализа) // Доклады Всероссийского Совещания по интервальному анализу и его приложениям «ИНТЕРВАЛ-06», СПб.: Санкт-Петербургский Государственный Университет, 2006. С. 63-67. <http://www.ict.nac.ru/interval/Conferences/Interval-06>
6. Толпегин О.В. Дифференциально-игровые методы управления движением беспилотных летательных аппаратов. СПб.: БГТУ, 2009. 244 с.
7. Амелин К.С., Граничин О.Н. Возможности рандомизации в алгоритмах предсказания калмановского типа при произвольных внешних помехах в наблюдениях // Гирроскопия и навигация. 2011. № 2. С. 1-13.
8. Понятский В.М. Проектирование интервального фильтра Калмана // Пятые Уткинские чтения: Международная научн.-техн. конф. Спб.: БГТУ (Библиотека журнала «Военмех. Вестник БГТУ» № 12), 2011. С. 312-314.
9. Понятский В.М. Использование минимаксного подхода при проектировании фильтра Калмана // 66-я Всероссийская научная конференция с международным участием «Научная сессия, посвященная Дню радио» (12-13 мая 2011 г.). М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2011.

10. Понятский В.М., Замотаев И.В., Киселев В.Б. Идентификация нестационарного динамического объекта с использованием метода инвариантного погружения // Труды VII Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '08. Москва, 28-31 января 2008 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2008. С. 230-260.